

# **Producción de Entropía en Cadenas de Markov**

Tesis que presenta:  
Jorge Ricardo Bolaños Servín  
para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias (Matemáticas)

Posgrado en Matemáticas  
Departamento de Matemáticas  
Universidad Autónoma Metropolitana  
Iztapalapa

---

Asesor: Dr. Roberto Quezada Batalla.

Julio 16, 2010

# Agradecimientos

*Para Elvira Servín, mi mamá quien siempre ha estado conmigo.  
Para Jorge Bolaños, mi papá quien me ha dado todo sin pedir nunca nada a cambio.*

*Para Diego Arroyo, mi amigo de quien he aprendido a conocerme a mí mismo.*

Gracias a mi asesor Roberto Quezada Batalla por su visión, guía, aliento, ayuda y tiempo para la ejecución de esta empresa y para mi crecimiento como matemático.

A Julio Cesar García Corte cuyas clases y conversaciones enriquecieron de manera notable este trabajo. A Jorge León Vázquez por la revisión y su función de sinodal externo.

Agradezco el apoyo de CONACyT mediante el proyecto No.49510-F y la beca de posgrado No.24010.

# Índice

<b>Introducción</b>	<b>v</b>
<b>1 Circuitos, ciclos y funciones de pasaje</b>	<b>1</b>
1.1 Circuitos . . . . .	1
1.2 Funciones de pasaje . . . . .	3
<b>2 Descomposición en ciclos: tiempo discreto</b>	<b>7</b>
2.1 Introducción . . . . .	7
2.2 La cadena derivada . . . . .	8
2.3 Distribución estacionaria de $\eta$ . . . . .	11
2.4 Representación probabilística en ciclos . . . . .	24
2.5 Irreversibilidad y producción de entropía . . . . .	31
<b>3 Descomposición en ciclos: tiempo continuo</b>	<b>43</b>
3.1 Introducción . . . . .	43
3.2 Representación probabilística en ciclos . . . . .	46
3.3 Irreversibilidad y producción de entropía . . . . .	52
<b>4 Una cadena de espines cuánticos</b>	<b>63</b>
4.1 Introducción . . . . .	63
4.2 Estados invariantes y producción de entropía . . . . .	66
<b>A Dinámica de sistemas cuánticos abiertos</b>	<b>69</b>
<b>B Cadenas de Markov</b>	<b>75</b>
<b>C Condiciones de Reversibilidad</b>	<b>79</b>